Ecuaciones de 2º grado **NIVEL 3**

1) Escribe en forma de producto las siguientes expresiones algebraicas:

   a) $(x-3)^2 - 2(x-4) - 1$

   b) $x^3 - x^2 - 12x$

   c) $x(x-1) - 6(x-2)$

   d) $1000x^2 - 133x + 1$

2) Estudia según el valor de b, el número de soluciones de la ecuación $x^2 + bx + 4 = 0$.

3) Halla el valor de k para que la ecuación $(x^2 + 2x - 1) \cdot k - 4(2x - 1) = 0$ tenga dos soluciones iguales.

4) Encuentra el valor de **q** en la ecuación $x^2 - 36x + q = 0$, sabiendo que una de sus soluciones es el doble de la otra.

5) Halla el valor de **a** para que en la ecuación $2x^2 - 12x + a = 0$ una de sus soluciones sea el quíntuplo de la otra.

6) ¿Verdadero o falso?

   Dada la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$

   f) Si $c = 0$, entonces tiene una raíz (solución) nula.

   g) Si tiene una raíz nula, entonces $b = 0$.

   h) Si $b = 0$, entonces tiene dos raíces opuestas.

   i) Si tiene dos soluciones reales iguales, entonces $b^2 - 4ac = 0$

SOLUCIONES

1) a) $x^2 - 6x + 9 - 2x + 8 - 1 = x^2 - 8x + 16 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 4 \end{cases}$; $(x - 3)^2 - 2(x - 4) - 1 =$ $\mathbf{(x - 4)^2}$

b) $x^3 - x^2 - 12x = x\,(x^2 - x - 12)$; $x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -3 \end{cases}$; $x^3 - x^2 - 12x =$ $\mathbf{x(x - 4)(x + 3)}$

c) $x(x-1) - 6(x - 2) = x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$; $x(x-1) - 6(x - 2) =$ $\mathbf{(x - 4)(x - 3)}$

d) $1000x^2 - 133x + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{1}{8} \\ x_2 = \dfrac{1}{125} \end{cases} \rightarrow 1000x^2 - 133x + 1 = 1000\left(x - \dfrac{1}{8}\right)\left(x - \dfrac{1}{125}\right)$

2) $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = b^2 - 16 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -4 \end{cases}$

Si $b < -4$ entonces $b^2 - 16 > 0$ y la ecuación tiene dos soluciones reales.

Si $b = -4$ entonces $b^2 - 16 = 0$ y la ecuación tiene una solución real.

Si $-4 < b < 4$ entonces $b^2 - 16 < 0$ y la ecuación no tiene soluciones.

Si $b = 4$ entonces $b^2 - 16 = 0$ y la ecuación tiene una solución real.

Si $b > 4$ entonces $b^2 - 16 > 0$ y la ecuación tiene dos soluciones reales.

3) $k\,x^2 + 2kx - k - 8x + 4 = 0$; $k\,x^2 + (2k - 8) + (4 - k) = 0$; para que tenga dos raíces iguales

$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0$; $(2k - 8)^2 - 4k(4 - k) = 0$; $k^2 - 6k + 8 = 0$; $\begin{cases} k_1 = 4 \\ k_2 = 2 \end{cases}$

4) Si una solución es **a**, la otra es **2·a.** Al sustituir las dos soluciones en la ecuación debe cumplirse que: $\begin{cases} a^2 - 36a + q = 0 \\ 4a^2 - 76a + a = 0 \end{cases} \rightarrow a^2 - 12a = 0 \rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \text{ no sirve} \\ a_2 = 12 \end{cases} \rightarrow q = 288$

5) Si una solución es **p**, la otra solución es **5p.** Al sustituir las dos soluciones en la ecuación debe cumplirse que: $\begin{cases} 2p^2 - 12p + a = 0 \\ 50p^2 - 60p + a = 0 \end{cases} \rightarrow p^2 - p = 0 \rightarrow \begin{cases} p_1 = 0 \text{ ó} \\ p_2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \text{ ó} \\ a_2 = 10 \end{cases}$

6) a) Verdadero, porque $ax^2 + bx = 0$; $x\,(ax + b) = 0$; una solución es $x = 0$.

b) Falso, si $x = 0$ es solución, sustituyendo en la ecuación $0 + 0 + c = 0$, luego $c = 0$.

c) Falso, sustituyendo $b = 0$ queda $x^2 = -c/a$. Si $-c/a$ es positivo tiene dos raíces opuestas y s es negativo no tiene solución la ecuación.

d) Verdadero.